

# Föll

(MATH104.1: Inngangur að stærðfræðigreiningu)

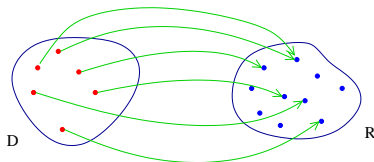
Kjartan G. Magnusson, followed by many others

September 11, 2014

# Föll, formengi þeirra og varpmengi

Tvö mengi  $D$  og  $R$ .

- $D$ : formengi, skilgreiningarmengi (domain)
- $R$ : bakmengi, varpmengi, ráðstöfunarmengi (codomain, range)



Fall,  $f$ , er regla sem lætur nákvæmlega eitt stak í  $R$  svara til sérhvers staks í  $D$ .

Öll svið vísinda nota föll til að lýsa samböndum. Við forritun eru notuð föll til að framkvæma reikniaðgerðir, færslur og álíka.

Hér er gert ráð fyrir að nemendur kunni skil á mengjaaðgerðum (svarið krossaspurningum til að fá þjálfun í þeim).

Athugið að  $f$  er fallið en  $f(x)$  er útkoman.

Dæmi um rithátt  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  með  $f(x) = 2x$ . Hér er t.d.  $f(3) = 6$  o.s.frv.

# Myndmengi falls

Myndmengi (image)  $f : D \mapsto R$  er

$$f(D) = \{f(x) : x \in D\} \subseteq R$$

Köstum krónu tvisvar, fáum  $\omega = \text{KK, KS, SK eða SS}$ . Gefum síðan upp  $X(\omega) = \text{fjöldi skjal-  
darmerkja}$ . Þá er  $X$  fall...

Móðir barns...

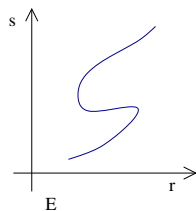
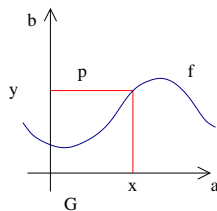
$$f(x) = \sqrt{x}$$

# Gröf falla

Punktamengið

$$\{(x, f(x)) \in \mathbb{R} \mid x \in D_f\}$$

er graf fallsins  $f$ .



# Jafnstæð og oddstæð föll

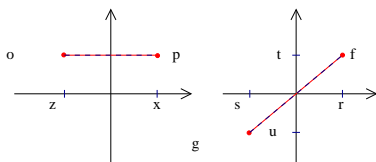
Fall  $f$  er

- jafnstætt (even) ef
$$f(-x) = f(x), \quad \forall x \in D_f$$
- oddstætt (odd) ef
$$f(-x) = -f(x), \quad \forall x \in D_f$$

(hér er  $D_f \subseteq \mathbb{R}$ )

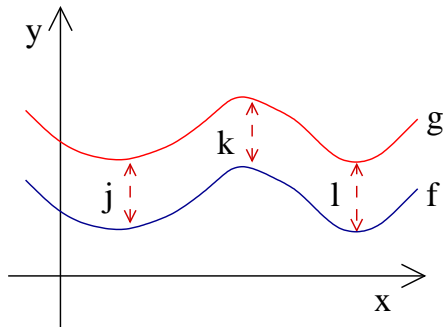
$f(x) = 2x$ , skilgreint fyrir  $x \in \mathbb{R}$ , er oddstætt

$f(x) = x^2$  er jafnstætt



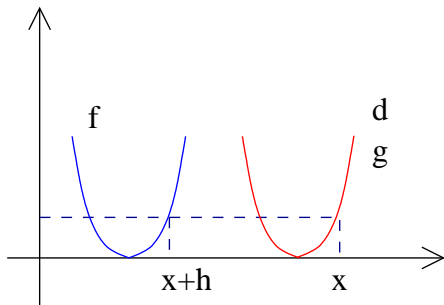
## Lóðrétt hliðrun á gröfum

Graf fallsins  $g(x) = f(x) + k$  fæst með því að hliðra grafi fallsins  $f(x)$  um  $k$  einingar lóðrétt.



## Lárétt hliðrun á gröfum

Graf fallsins  $g(x) = f(x + h)$  fæst með því að hliðra grafi fallsins  $f(x)$  um  $h$  einingar lárétt (til vinstri ef  $h > 0$ , til hægri ef  $h < 0$ ).



# Eintæk og átæk föll

Fall  $f : D \rightarrow R$  er eintækt (one-one, injective) ef

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$$

Fall  $f : D \rightarrow R$  er átækt (onto, surjective) ef  $R$  er líka myndmengi  $f$ .  
Skilgreiningarmengið skiptir máli...

**Dæmi:**

$f(x) = x^2$ ,  $D_f = \mathbb{R}$  er ekki eintækt, en  $g(x) = x^2$ ,  $D_g = \mathbb{R}^+$  er eintækt.

$f(x) = x^3$ ,  $D = \mathbb{R}$  er eintækt og átækt.

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , er ekki átækt, en  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ ,  $g(x) = x^2$ , er átækt.



# Samsett föll

Tökum tvö föll  $g$  og  $f$ . Gerum ráð fyrir að

$$g(D_g) \subset D_f$$

Skilgreinum samsetta (composite) fallið  $f \circ g$ :

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

Dæmi

$$f(x) = 3x^2$$

$$g(x) = 2x + 4$$

Skoðum  $f \circ g$  og  $g \circ f$

